

ДОЛЕВОЙ АУКЦИОН

А.И. Кучаев, А.Б. Поманский
(Москва)

В данной статье исследуется долевой аукцион (одновременная продажа крупных долей) как альтернатива продажи крупных компаний целиком. Помимо увеличения количества участников из-за ослабления бюджетных ограничений, аукционист имеет возможность увеличить выручку благодаря дополнительной конкуренции за право управления компанией.

ВВЕДЕНИЕ

Распределение акций через аукционы достаточно широко изучено в научной литературе в рамках IPO (Initial Public Offering) (напр., Ausubel, 2002; Armstrong, 2000), которое используется компаниями, как правило, для выхода на фондовый рынок. При этом основная задача, решаемая при выборе способа продажи, заключается в обеспечении ликвидности последующих торгов. Поэтому, во-первых, отсутствует необходимость выставлять на аукцион значимые доли акционерного капитала, а во-вторых, на практике выбираются механизмы продажи, обеспечивающие максимальное широкое распространение акций среди участников. Таким образом, подобные аукционы нацелены в основном на портфельных и частных инвесторов.

В нашей модели, основной упор делается на распространение акций среди стратегических инвесторов, поэтому предполагается малое количество пакетов, с суммарной долей акционерного капитала выставленной на продажу близкой к 100% (долевой аукцион). Существенным моментом в таком аукционе становится борьба за контроль над компанией. Одной из классических работ, моделирующей стоимость права голоса, является статья Grossman (1980), в которой исследуется зависимость принятия решения о поглощении компании от преимуществ управления ею. В рамках предложенной модели Grossman показал, что если устав компании допускает возможность потенциальному покупателю увеличить прибыль за счет миноритариев, то владелец крупного пакета акций получает возможность продать свой пакет выше рыночной цены. В нашей статье будет показано, что неопределенность в оценке стоимости права голоса может быть трансформирована в дополнительную прибыль аукциониста за счет реализации компании на долевом аукционе.

В общем случае долевой аукцион представляет собой аукцион со многими объектами, которые идентичны, но не являются ни взаимодополняемыми, ни взаимозаменяемыми. Предположим, что на продажу выставлено 5 пакетов по 20% акций. Тогда участник, купивший 2 пакета, будет обладать блокирующим пакетом и сможет воспрепятствовать принятию неблагоприятных для него решений, а участник сумевший купить три пакета будет управлять компанией. Таким образом, первоначально с ростом количества приобретенных пакетов покупатель увеличивает свое влияние на деятельность компании, и соответственно увеличивается удельная стоимость каждого пакета. Поскольку преимущества управления достигаются за счет миноритариев, удельная стоимость каждого следующего, после достижения контрольного, пакета (т.е. 4-го и 5-го) будет снижаться.

В данной работе рассматривается простейший случай, когда на продажу выставлено два пакета: 50%+1 акция и 50%-1 акция. Здесь мы вынуждены сделать пакеты различными, чтобы они отличались правами голоса. Palfrey (1983) показал, что в случае независимых объектов, оптимальный способ продажи зависит от количества участников. Если их мало, то ожидаемая выручка аукциониста больше при продаже компании целиком, если же

участников много, то выгоднее продавать по частям. В данной статье будет показано, что даже при малом количестве участников долевой аукцион может быть прибыльным.

1. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

В модели для описания стоимости пакетов будет использоваться два параметра. Во-первых, будем считать, что каждый участник имеет независимую оценку стоимости всей компании x_i , равную приведенной стоимости денежных потоков. x_i является реализацией случайной величины $\hat{x}_i$ с одинаковой для всех участников функцией распределения $F_x(x)$, $x \in [0, +\infty)$.

Во-вторых, необходим параметр, который будет описывать преимущество контрольного пакета над блокирующим. С точки зрения приведенной стоимости будущих дивидендов, цены представленных пакетов практически совпадают (будем считать, что доля одной акции в акционерном капитале пренебрежимо мала). Однако из-за несимметричности получаемых прав в вопросах управления компании каждый участник оценивает первый из них с некоторой премией Pr_i по отношению к половине стоимости компании, а второй, соответственно, с некоторым дисконтом D_i .

Величины премии и дисконта зависят от трех факторов:

- от оценки стоимости компании, которая определяет масштаб величин;
- от уровня инвестиционного климата в стране (отрасли);
- от уровня корпоративной культуры самого участника.

Второй параметр задает диапазон возможных значений премии (дисконта) и связанные с ним риски. Обладая этой информацией и исходя из собственной корпоративной политики, участник выбирает приемлемый уровень премии, а уровень дисконта выбирается исходя из знаний о других участниках. И поэтому, вообще говоря, $D_i \neq Pr_i$.

В симметричном случае, который будет нас интересовать в первую очередь, $D_i = Pr_i$.

Далее, мы будем предполагать, что $Pr_i = D_i = d_i \frac{x_i}{2}$, где d_i – независимая от x_i величина,

которая является реализацией случайной величины $\hat{d}_i$ с общей для всех участников функцией распределения $F_d(d)$, $d \in [0, 1]$. Чем ближе d к единице, тем более хищнической политике управления по отношению к миноритариям планирует придерживаться участник.

После того как определены основные параметры модели, можно сформулировать основные предположения, при которых проводится исследование:

1. *Собственные оценки.* Каждый участник имеет свой собственную оценку (x, d) , и не имеет представления об оценках конкурентов.
2. *Квазилинейная функция полезности.* Участник, выигравший один из пакетов, получает прибыль $v - c$, где v – его оценка стоимости, c – его затраты. Прибыль не зависит от результатов других победителей.
3. *Нулевая стартовая стоимость.* В каждом из аукционов стартовая (минимальная) цена равна нулю.
4. Количество участников известно и равно n .

По форме аукцион может быть проведен различными способами. Можно провести отдельные аукционы по каждому из пакетов (параллельный аукцион), можно усложнить этот вариант, добавив возможность участия заявок по обоим пакетам сразу

(комбинаторный аукцион). В данной работе будет рассмотрен параллельный аукцион с точки зрения выручки аукциониста и зависимость ее от распределения d .

2. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АУКЦИОН

При проведении параллельного аукциона заявка каждого участника представляет собой 2-х мерный вектор $\vec{b} = (b_1, b_2)$. Поскольку аукционы по каждому из пакетов проходят независимо, то можно решать оптимизационную задачу по каждому из аукционов отдельно, а итоговая прибыль участника запишется в виде суммы $\hat{\pi} = \hat{\pi}_1 + \hat{\pi}_2$ соответствующих прибылей.

Каждый из аукционов в принципе может иметь любой формат из стандартных: закрытый аукцион первой (второй) цены, английский аукцион, голландский аукцион. Можно показать, что в рамках наших предположений верна следующая теорема:

Утверждение.

А). В закрытом аукционе второй цены оптимальной стратегией будет заявка $b_i^{II}(x, d)$, равная оценке стоимости соответствующего пакета

$$b_i^{II}(x, d) = \frac{x}{2} [1 + (-1)^{i+1} d].$$

Б). В закрытом аукционе первой цены оптимальная стратегия $b_i^I(x, d)$ определяется формулой

$$b_i^I(x, d) = \frac{x}{2} [1 + (-1)^{i+1} d] - \frac{\int_0^{\frac{x}{2}[1+(-1)^{i+1}d]} dy \left[\iint_{\frac{u}{2}[1+(-1)^{i+1}v] < y} f_x(u) f_d(v) dudv \right]^{n-1}}{\left[\iint_{\frac{u}{2}[1+(-1)^{i+1}v] < \frac{x}{2}[1+(-1)^{i+1}d]} f_x(u) f_d(v) dudv \right]^{n-1}}.$$

Здесь $i=1$ соответствует аукциону на котором разыгрывается контрольный пакет, $i=2$ – блокирующий.

Доказательство приведено в приложении.

Согласно приведенному решению, основное отличие от обычных аукционов заключается в том, что вместо распределения $F_x(x)$ необходимо использовать комбинированное распределение $F_y(y)$, в котором учитывается также и распределение d (см. приложение).

3. ВЫРУЧКА АУКЦИОНИСТА

Как и в теории обычных аукционов выручка аукциониста в закрытом аукционе второй цены составит вторую по величине ожидаемую оценку стоимости пакета среди участников $R_i^{II} = B_{2,i}^{(n)} = E[Y_{2,i}^{(n)}]$, а в аукционе первой цены – функцию оптимальной заявки от максимальной ожидаемой оценки $R_i^I = B_{1,i}^{(n)} = b_i^I(Y_{1,i}^{(n)}) = E[Y_{2,i}^{(n)}]$. Таким образом, выручка аукциониста одна и та же и равна

$$R = E[Y_{2,1}^{(n)} + Y_{2,2}^{(n)}] = \int_0^{+\infty} y (f_{Y_{2,1}^{(n)}}(y) + f_{Y_{2,2}^{(n)}}(y)) dy,$$

где $f_{Y_{2,i}^{(n)}}(y) = n(n-1)(1 - F_{y,i}(y))F_{y,i}^{n-2}(y)f_{y,i}(y)$, а $F_{y,i}(y) = \iint_{\frac{u}{2}[1+(-1)^{i+1}v] < y} f_x(u) f_d(v) dudv$.

В общем случае вычисление выручки в явном виде не представляется возможным, прибыльность долевого аукциона будет рассмотрена на частных примерах.

4. ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ

Случай А.

d постоянно среди участников и равно d_0 . Тогда ожидаемая выручка аукциониста составит $R_0 = \int_0^{+\infty} yn(n-1)(1-F_x(y))F_x^{n-2}(y)f_x(y)dy$. R_0 не зависит от d_0 и равна выручке (Krishna, 2002) от обычных аукционов, на которых компания продается целиком.

Случай Б.

Пусть d может принимать с равной вероятностью одно из двух значений d_1, d_2 . Переходя к среднему и среднеквадратичному отклонению $m_d = \frac{d_1 + d_2}{2}$, $\sigma_d = \frac{d_2 - d_1}{2}$, получим разложение при малых σ_d ($\sigma_d \ll 1 - m_d$) и при достаточно гладкой $F_x(\cdot)$,

$$R \approx R_0 + \frac{n(n-1)(n-2)}{2} \frac{\sigma_d^2}{1 - m_d^2} \int_0^{+\infty} z^2 f_x^2(z) \left(1 - \frac{n-1}{n-2} F_x(z)\right) F_x^{n-3}(z) dz.$$

Видно, что выручка аукциониста может вырасти, а может снизиться в зависимости от количества участников и функции распределения $F_x(\cdot)$. Если участников всего двое, то второй член в выражении всегда отрицателен.

Случай С.

d может принимать с равной вероятностью одно из двух значений d_1, d_2 , а x равномерно распределен на отрезке $[x_1, x_2]$. В этом случае выручка аукциониста может быть получена в аналитическом виде. Из-за громоздких формул мы приведем только результаты численных расчетов. Прибыльность долевого аукциона будем рассчитывать по формуле $r^{(n)} = \frac{R^{(n)} - R_0^{(n)}}{R_0^{(n)}}$.

Отсутствие независимости пакетов и их несимметричность приводят к тому что прибыльность долевого аукциона зависит от исходных параметров распределения. На рисунках 1,2 представлены результаты численных расчетов для случая умеренной средней премии ($m_d = 10\%$) и для разного количества участников (ось X соответствует $\frac{\sigma_d}{m_d}$, а ось

$$Y - \frac{x_1}{2\Delta}).$$

Видно, что при малых $\frac{x_1}{2\Delta}$ и малых $\frac{\sigma_d}{m_d}$ выгодно продавать компанию целиком, однако с ростом параметров выгоднее становится долевым аукцион. В отличие от результата работы Palfrey долевым аукцион может быть выгоден и при малом количестве участников. С ростом n область отрицательных значений $r^{(n)}$ сужается, а прибыльность долевого аукциона растет.

Существенную роль в определении прибыльности играет вид распределения x , которую на практике определить бывает затруднительным. С другой стороны, распределение d может управляться самим аукционистом, которому выгодно делать его как можно

широким (максимальное $\frac{\sigma_d}{m_d}$), что находится в соответствии с результатом работы Grossman. Однако чрезмерное увеличение может привести к нарушению равенства $D_i = \Pr_i$.

5. ПРИМЕНЕНИЕ ДОЛЕВЫХ АУКЦИОНОВ

Косвенным доказательством целесообразности применения долевого способа продажи может служить наличие совместных заявок. Результаты численных расчетов показывают, что для рассмотренных распределений снижение выручки от использования долевого аукциона невелико и не превышает нескольких процентов. С другой стороны, при надлежащем выборе количества долей участники альянса могли бы предпочесть независимое участие, что увеличило бы их количество и, соответственно, ожидаемую выручку аукциониста.

Опыт реализации США лицензий на шельфе показывает, что нефтяные компании нередко заключали альянсы и выставляли совместные заявки. Например, в работе Hendricks (2003) приведены данные об активности 12 крупнейших нефтяных компаний на аукционах 1954-1970 гг., которые по формату являлись обычными аукционами.

Таблица. Участие нефтяных компаний в аукционах

Компания	Заявки	
	одиночные	в альянсе
Arco/Getty/Cities/Cont.	437	114
Standard Oil of California	408	76
Standard Oil of Indiana	132	276
Shell Oil	444	3
Gulf Oil	201	81
Exxon	325	42
Texaco	114	178
Mobil	48	163
Union Oil of California	95	201
Phillips	98	65
Sun Oil	241	93
Forest	195	0

Из таблицы видно, что доля совместных заявок достаточно велика.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье предлагается альтернативный способ продажи компании через долевого аукцион. В частности рассмотрен случай, когда на продажу выставлено два пакета: 50%+1 акция и 50%-1 акция. Подобное разделение обладает рядом преимуществ, в частности, ослабляет бюджетные ограничения участников. Несимметричность выставляемых пакетов, с одной стороны, сохраняет возможность борьбы претендентов за контроль над компанией, а с другой стороны, увеличивает неопределенность в оценке стоимости пакетов, что сказывается на выручке аукциониста. В работе показано, что прибыльность долевого аукциона сильно зависит от функции распределения оценок $F_x(x)$ – параметра, которого трудно знать *a-priori*.

Численными расчетами показано, что прибыльность долевого аукциона растет с увеличением неопределенности в оценке прав контроля (этим параметром аукционист может управлять) и ростом количества участников.

На практике долевой аукцион может быть использован при приватизации крупных компаний, когда сумма сделок высока, и при реализации прав недропользования, когда высоки риски и есть стремление компаний их диверсифицировать.

ЛИТЕРАТУРА

- Armstrong M. (2000), “Optimal multi-object auctions”, *Review of Economic Studies*, **67**, pp. 455-481;
- Ausubel L.M. (2002), “Implications of Auction Theory for New Issues Markets”, *Brookings-Wharton Papers on Financial Services*, pp. 313-343;
- Grossman S.J., Hart O.D. (1980), “Takeover Bids, The Free-Rider Problem, and the Theory of the Corporation”, *The Bell Journal of Economics*, Vol. **11**, No. 1 (Spring, 1980), pp. 42-64;
- Hendricks K., et al. (2003), “Empirical Implications of Equilibrium Bidding in First-Price, Symmetric, Common Value Auctions”, *Review of Economic Studies*, **70(1)**, pp. 115-146;
- Krishna V. (2002), *Auction Theory*, Academic Press;
- Palfrey T.R. (1983), “Bundling Decisions by a Multiproduct Monopolist with Incomplete Information”, *Econometrica*, Vol. **51**, No. 2 (Mar., 1983), pp. 463-484.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Аукцион второй цены

Выберем любого участника и рассмотрим его оптимизационную задачу. Прибыль в каждом из аукционов запишется в виде

$$\hat{\pi}_i = \begin{cases} \frac{x}{2} [1 + (-1)^{i+1} d] - B_{2,i}^{(n)}, & b_i = B_{1,i}^{(n)}, i = 1, 2 \\ 0, & b_i \neq B_{1,i}^{(n)} \end{cases}$$

Здесь $B_{k,i}^{(n)}$ – k -ая по величине заявка среди n заявок в i -ом аукционе, определяет зависимость прибыли от заявок участников. Поскольку $b_i = B_{1,i}^{(n)}$ равносильно $b_i > B_{1,i}^{(n-1)}$, где $B_{1,i}^{(n-1)}$ – 1-ая по величине заявка среди остальных $n-1$ заявок в i -ом аукционе и не зависит от b_i , то прибыль можно представить в виде функции от независимых переменных

$$\pi_i = \pi_i(x, d, b_i, B_{1,i}^{(n-1)}) = \left(\frac{x}{2} [1 + (-1)^{i+1} d] - B_{1,i}^{(n-1)} \right) h(b_i - B_{1,i}^{(n-1)}).$$

Допустим, что все участники кроме первого следуют одинаковой стратегии $\vec{B}(x, d)$. Это позволит получить распределение $F_{B_{1,i}^{(n-1)}}(.)$ величины $B_{1,i}^{(n-1)}$

$$F_{B_{1,i}^{(n-1)}}(b) = \Pr\{B_{1,i}^{(n-1)} < b\} = \prod_{j=2}^n \Pr\{b_i^{(j)} < b\} = F_{B_i}^{n-1}(b) = \left[\iint_{B_i(u,v) < b} f_x(u) f_d(v) du dv \right]^{n-1} \text{ и выражение}$$

для ожидаемой прибыли первого участника

$$\begin{aligned} \pi_i(x, d, b_i) &= \int \left(\frac{x}{2} [1 + (-1)^{i+1} d] - B_{1,i}^{(n-1)} \right) h(b_i - B_{1,i}^{(n-1)}) f_{B_{1,i}^{(n-1)}}(B_{1,i}^{(n-1)}) dB_{1,i}^{(n-1)} = \\ &= \int_{b_i}^{+\infty} \left(\frac{x}{2} [1 + (-1)^{i+1} d] - u \right) f_{B_{1,i}^{(n-1)}}(u) du \end{aligned}$$

Максимизируя полученное выражение по b_i , получим оптимальную заявку

$$b_i(x, d) = \frac{x}{2} [1 + (-1)^{i+1} d].$$

Таким образом, как и в обычных аукционах второй цены, участнику выгоднее делать ставку, равную собственной оценке стоимости соответствующего пакета акций.

Аукцион первой цены

Аналогичные рассуждения могут быть проведены и в случае закрытого аукциона первой цены. Прибыль участника запишется в виде

$$\hat{\pi}_i = \begin{cases} \frac{x}{2} [1 + (-1)^{i+1} d] - B_{1,i}^{(n)}, & b_i = B_{1,i}^{(n)}, i = 1, 2 \\ 0, & b_i \neq B_{1,i}^{(n)} \end{cases}$$

Опять переходя к $B_{1,i}^{(n-1)}$, получим $\pi_i = \pi_i(x, d, b_i, B_{1,i}^{(n-1)}) = \left(\frac{x}{2} [1 + (-1)^{i+1} d] - b_i \right) h(b_i - B_{1,i}^{(n-1)})$.

Допустим, что все участники кроме первого следуют одинаковой стратегии $\vec{B}(x, d)$. Тогда ожидаемая прибыль первого участника составит

$$\pi_i(x, d, b_i) = \int_0^{b_i} \left(\frac{x}{2} [1 + (-1)^{i+1} d] - b_i \right) f_{B_{1,i}^{(n-1)}}(u) du = \left(\frac{x}{2} [1 + (-1)^{i+1} d] - b_i \right) F_{B_{1,i}^{(n-1)}}(b_i)$$

Максимизируя полученное выражение по b_i , получим уравнение

$$b_i + \frac{F_{B_{1,i}^{(n-1)}}(b_i)}{F'_{B_{1,i}^{(n-1)}}(b_i)} = \frac{x}{2} [1 + (-1)^{i+1} d], \text{ где}$$

$$F_{B_{1,i}^{(n-1)}}(b_i) = \left[\iint_{B_i(u,v) < b_i} f_x(u) f_d(v) dudv \right]^{n-1}, \text{ и}$$

$$F'_{B_{1,i}^{(n-1)}}(b_i) = (n-1) \left[\iint_{B_i(u,v) < b_i} f_x(u) f_d(v) dudv \right]^{n-2} \left(\int_{B_i(u,v)=b_i} f_x(u) f_d(v) \frac{dl(u,v)}{|\vec{\nabla} B_i(u,v)|} \right)$$

Из симметрии участников следует, что они должны следовать одной и той же стратегии, поэтому положим в уравнении $B_i(x, d) = b_i(x, d)$. В итоге получим

$$b_i + \frac{\left[\iint_{b_i(u,v) < b_i} f_x(u) f_d(v) dudv \right]^{n-1}}{(n-1) \left[\iint_{b_i(u,v) < b_i} f_x(u) f_d(v) dudv \right]^{n-2} \left(\int_{b_i(u,v)=b_i} f_x(u) f_d(v) \frac{dl(u,v)}{|\vec{\nabla} b_i(u,v)|} \right)} = \frac{x}{2} [1 + (-1)^{i+1} d]$$

Далее это уравнение можно слегка упростить. Поскольку левая часть зависит только от заявки b_i , а правая только от (x, d) , следует что $b_i(x, d) \equiv b_i\left(\frac{x}{2} [1 + (-1)^{i+1} d]\right)$, и введя

$y_i \equiv \frac{x}{2} [1 + (-1)^{i+1} d]$ сводим уравнение к одномерному. Если допустить, что $b_i \uparrow \uparrow x$, то

$b_i(\dots) \uparrow \uparrow$, и, значит, соотношение вида $b_i(u, v) < b_i$ эквивалентно $\frac{u}{2} [1 + (-1)^{i+1} v] < y_i$. После

несложных преобразований получим итоговое уравнение

$$b_i(y_i) + b'_i(y_i) \frac{\left[\iint_{\frac{u}{2} [1 + (-1)^{i+1} v] < y_i} f_x(u) f_d(v) dudv \right]^{n-1}}{(n-1) \left[\iint_{\frac{u}{2} [1 + (-1)^{i+1} v] < y_i} f_x(u) f_d(v) dudv \right]^{n-2} \left(\int_0^1 dv f_x\left(\frac{2y}{1 + (-1)^{i+1} v}\right) f_d(v) \frac{2}{1 + (-1)^{i+1} v} \right)} = y_i$$

Решая это уравнение, получим

$$b_i(x, d) = \frac{x}{2} [1 + (-1)^{i+1} d] - \frac{\int_0^{\frac{x}{2} [1 + (-1)^{i+1} d]} dy \left[\iint_{\frac{u}{2} [1 + (-1)^{i+1} v] < y} f_x(u) f_d(v) dudv \right]^{n-1}}{\left[\iint_{\frac{u}{2} [1 + (-1)^{i+1} v] < \frac{x}{2} [1 + (-1)^{i+1} d]} f_x(u) f_d(v) dudv \right]^{n-1}}.$$

Полученная формула похожа на результат для обычных закрытых аукционов первой цены. Действительно, положив $f_d(v) = \delta(v)$, получим

$$b_i(x) = \frac{x}{2} - \frac{\int_0^x dy F_x^{n-1}(y)}{2F_x^{n-1}(x)}.$$

Также аналогично обычным аукционам формулу для оптимальной заявки можно представить в виде $b_i(y) = E[Y_{1,i} | Y_{1,i} < y]$, где $Y_{1,i}$ – максимальное значение выражения

$\frac{x}{2} [1 + (-1)^{i+1} d]$ среди остальных участников.

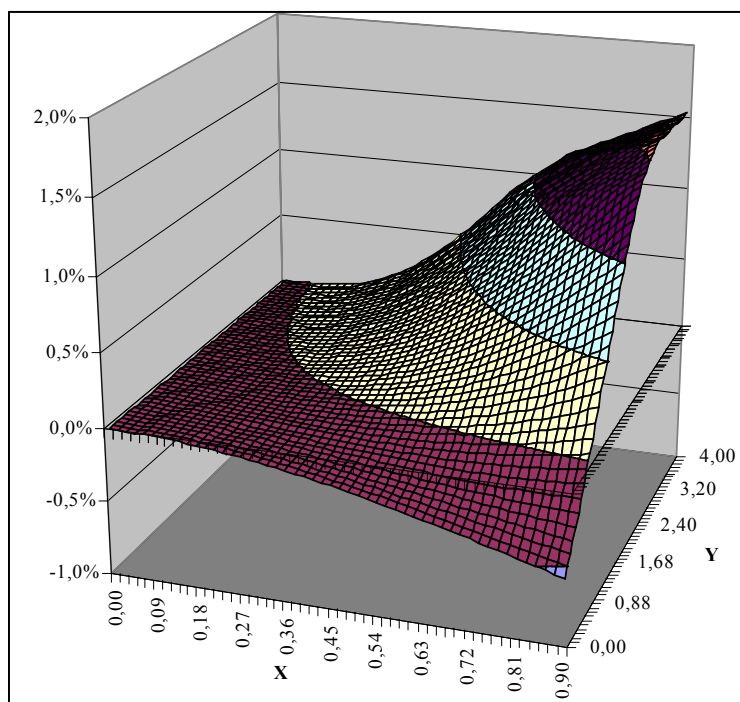


Рисунок 1. Изменение выручки аукциониста при переходе к долевному аукциону ($n = 4$)

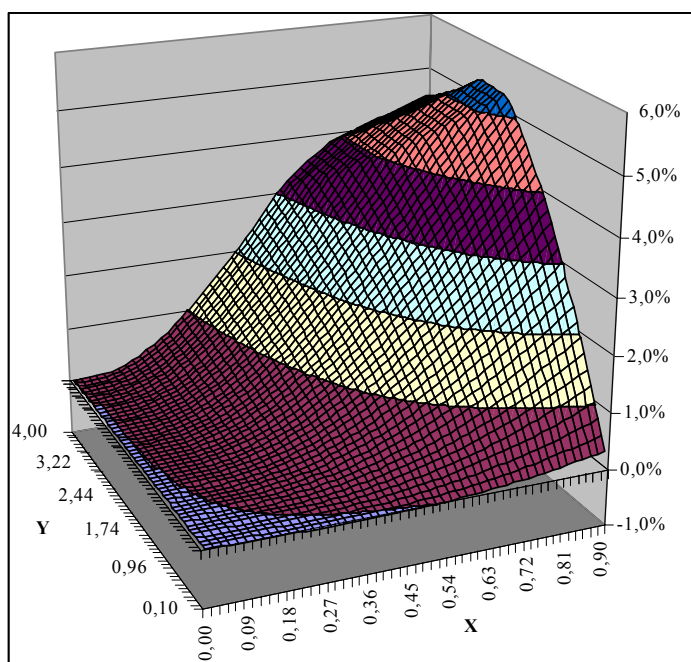


Рисунок 2. Изменение выручки аукциониста при переходе к долевному аукциону ($n = 10$)

СПРАВКА ОБ АВТОРАХ

Кучаев Алексей Иванович, аналитик. Институт Финансовых Исследований, Москва.
Тел. (095) 795-03-66, e-mail: alexey@ifs.ru

Поманский Алексей Борисович, доктор экономических наук, профессор, директор
Института Финансовых Исследований.
Тел. (095) 795-03-66, e-mail: pab@ifs.ru